

e). Soit I l'application qui va de E dans $\mathcal{P}(X)$.

$$I : a \mapsto I(a) = \{x \in X, a(x) = 1\}$$

Montrer que I est un isomorphisme de $(E, +, \cdot, \Delta)$ dans $(\mathcal{P}(X), \cup, \cap, \Delta)$ compatible avec les relations d'ordre $<$ et $\subset$.

En déduire une démonstration simple de :
 $\text{card } \mathcal{P}(X) = 2^{\text{card}(X)}$ (dans le cas où X est fini).

② - On considère les entiers 1, 2, 3, 4, 5, 6

a). Quel est le nombre de "nombres de 6 chiffres" que l'on peut former avec ces entiers sans employer deux fois le même ?

b). On les écrit dans l'ordre croissant, quel est le centième ?

c). Chercher la somme de tous ces éléments.

d). Montrer qu'aucun n'est 1^{er} ni n'est 1 carré parfait.

③ - Soit $(O, \vec{i}, \vec{j})$ un repère orthonormé et A de coordonnées p et $q : (p, q) \in \mathbb{N}^* \times \mathbb{N}^*$. On appelle Γ_A le chemin d'origine O et d'extrémité A dont les cotés successifs sont des vecteurs équipollents à $\vec{i}$ ou $\vec{j}$.

a). p et q donnés, combien a-t-on de chemins Γ_A distincts ?

b). Soit S_A l'aire de la portion de plan limitée par Γ_A , Ox et la parallèle à Oy menée de A . Calculer la somme des aires S_A correspondant aux divers chemins Γ_A .

c). Dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, soit M le point de coordonnées entières (p, q, r) ($p, q, r > 0$). On considère les chemins Γ_M d'origine O , d'extrémité M , dont les cotés successifs sont des vecteurs équipollents à $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$. Combien a-t-on de chemins Γ_M distincts ? Généraliser.