

20 I. Convexité : Théorème de Carathéodory :

1°/ Montrer que l'enveloppe convexe $\hat{X}$ d'un ensemble $X \subset E$ (E espace affine) est la réunion $C_f(X)$ des enveloppes convexes de toutes les parties finies incluses dans X . 5

2°/ On veut montrer le th. de Carathéodory : si $\dim E = n$, ^{alors} $\hat{X}$ est la réunion des enveloppes convexes de toutes les parties finies de X comprenant $n+1$ pts au plus :

a) Montrer qu'il suffit de prouver cette propriété que si X est fini et si $\text{card } X = p > n+1$. 3

b) Montrer par récurrence descendante que la propriété est bien vraie.

12

↑
il faut donner des indications

16 II. Géométrie plane euclidienne :

Soient A, B, C, D 4 points de E_2 (plan affine euclidien) tels que 3 quelconques d'entre eux ne soient pas alignés. On suppose que les droites AB et CD se coupent en E et que BC et AD se coupent en F . Montrer que les orthocentres (points d'intersection des hauteurs) des triangles ABF , ADE , DCF et BCE sont alignés. — solution géom. de préférence (avec les déterminants) ou les homothéties.

24 III. Etude de courbes :

Etudier et tracer soigneusement les courbes :

$$9 \begin{cases} x = \frac{t^3 - 2t^2 + 2}{(t-2)(t^2-1)} \\ y = \frac{t^3 - t^2 - t + 2}{(t-2)(t^2-1)} \end{cases} \quad 4 \begin{cases} x = \frac{t}{2} e^{2/t} \\ y = (t-2)e^{-1/t} \end{cases} \quad 5 \begin{cases} x = (1+2t\sqrt{1-t^2})^{1/2} + (1-2t\sqrt{1-t^2})^{1/2} \\ y = (1-2t\sqrt{1-t^2})^{1/2} - (1+2t\sqrt{1-t^2})^{1/2} \end{cases}$$

$$6 \begin{cases} x = \frac{t^2}{1+t^3} \\ y = \frac{t^3 - 2t}{9(1+t)} \end{cases}$$

en fait, $y = \frac{t^2 - 2t}{9(1+t)}$