

Compte du double :

I - 1°/ $n = \frac{1}{\cos \theta + \cos 6\theta}$; signe de n : $n = \frac{1}{2\cos 2\theta \cos 4\theta}$;

θ	0	$\pi/2$	$\pi/3$	$2\pi/3$	$3\pi/3$	$5\pi/3$	π
n	+	-	+	-	+	-	+

4 symétries :

θ	$\pi/3$	$\pi/3$	$2\pi/3$	$2\pi/3$	$5\pi/3$	π
Amplitude	$-\frac{1}{2}\cos\frac{\pi}{6}$	$\frac{1}{5}\cos\frac{\pi}{10}$	$-\frac{1}{2}\cos\frac{\pi}{6}$	$\frac{1}{5}\cos\frac{\pi}{10}$	$-\frac{1}{2}\cos\frac{\pi}{6}$	∞
$n < 0$	+	+	+	+	+	
$n > 0$	-	-	-	-	-	

points doubles : si : $\cos(\theta+\pi) + \cos\theta = -\cos\theta - \cos\theta = 0$
 $\Rightarrow \cos 2\theta = 0$
 $\Rightarrow$ p's d'inflexions.

points d'inflexions :
 $\frac{1}{n} + \left(\frac{1}{n}\right)' = 0 \Leftrightarrow \cos\theta = 0$
d'où : sur $[0, \pi]$: $n = \frac{1}{\cos\theta}$
 $\theta = \pi/2$
 $\theta = \pi/4$
 $\theta = \frac{5\pi}{12}$
 $\theta = \frac{7\pi}{12}$
 $\theta = \frac{3\pi}{4}$
 $\theta = \frac{11\pi}{12}$

27. $n = \frac{\cos(\theta + \pi/4)}{\cos 2\theta} = \frac{1}{\sqrt{2}(\cos\theta + \sin\theta)} = \frac{1}{2\sin(\theta + \pi/4)}$ $\Rightarrow \frac{1}{n}' = -\cot(\theta + \pi/4) \Rightarrow V = \frac{3\pi}{4} - \theta$.
Equation d'une droite.

II - 1°/ $x'(t) = 2t - \frac{m}{t^2}$; $y'(t) = 1 - \frac{m}{t^2} \Rightarrow 2t = 1$ et $m = t^2 = \frac{1}{4}$: $m_0 = \frac{1}{4}$.

$x'(t) = \frac{(2t)^2 - 1}{4t^2}$
 $y'(t) = \frac{(2t)^2 - 1}{4t^2}$

t	$-\infty$	$-1/2$	0	$1/2$	$+\infty$
x'	-	-	0	+	+
y'	-	-	0	+	+

et on $t = 1/2$: $\frac{y'}{x'} \rightarrow 2/3$: point de rebroussement de 1^{er} ordre.
point d'inflexion pour $t = -1$.

2°/ Point double : on trouve : $S = \frac{1}{2}$, $P = m$ donc, pour que l'on ait un point double, il faut et il suffit que $m \leq 1/4$: $x = 1 - m$
 $y = 1$ $\Rightarrow$ droite $y = 1$ pour $x > \frac{3}{4}$.

3°/ Si M_1, M_2, M_3 sont alignés soit : $ux + vy + h = 0$ la droite d'alignement :
 $u\left(t^2 + \frac{m}{t}\right) + v\left(t + \frac{m}{t}\right) + h = 0 \Rightarrow m\sigma_1 - \sigma_3 = m$. (1)
Réciproquement : Soient M_1, M_2, M_3 trois points de (C_m) vérifiant (1), la droite passant par M_1, M_2 recoupe (C_m) en M'_3 et en vertu de ce que l'on vient de démontrer $\Rightarrow m\sigma'_1 - \sigma'_3 = m \Leftrightarrow \begin{cases} (t_3 - t'_3)(m - t_1 t_2) = 0 \\ m - t_1 t_2 = 0 \end{cases}$
Or, si $m = t_1 t_2$, nécessairement, pour avoir (1), il faut que $t_1 + t_2 = 1$.
on retrouve bien le point double ; or, on avait supposé $M_1 \neq M_2$ (dist.) donc on a bien $t_3 = t'_3$ et M_1, M_2, M_3 sont bien alignés.

4°/ On a un point d'inflexion si : $t^3 - 3mt + m = 0$ et si $m = \frac{1}{4}$: $t = \frac{1}{2}$.
Donc, pour obtenir le nombre de points d'inflexions, il suffit d'étudier l'équation : $R(t) = m$ où : $R(t) = \frac{t^3}{3t-1}$.