

(2)

$$3^\circ. y_n = \frac{A_n}{B_n} :$$

(10 p^{ts})

$$y_n - y_{n-2} = \frac{A_n B_{n-2} - B_n A_{n-2}}{B_n B_{n-2}} = - \frac{a_{n-1} D_{n-1}}{B_n B_{n-2}} = \frac{a_{n-1}}{B_n B_{n-2}} \times (-1)^n \text{ du signe de } (-1)^n$$

d'où si n pair: $y_{2p} - y_{2p-2} > 0 \Rightarrow y_{2p} \nearrow$ et $y_n - y_{n-1} = \frac{(-1)^{n+1}}{B_n B_{n-1}} \rightarrow 0$ q^d $n \rightarrow \infty$
 n impair: $y_{2p+1} - y_{2p-1} < 0 \Rightarrow y_{2p+1} \nearrow$

$\Rightarrow$ la suite (y_n) est convergente.

$$x - y_n = \frac{A_n x_n + A_{n-1}}{B_n x_n + B_{n-1}} - \frac{A_n}{B_n} = \frac{D_n}{B_n (B_n x_n + B_{n-1})} \Rightarrow |x - y_n| = \frac{1}{B_n (B_n x_n + B_{n-1})}$$

$|x - y_n|$ décroît $\Leftrightarrow B_n (B_n x_n + B_{n-1}) > B_{n-1} (B_{n-1} x_{n-1} + B_{n-2})$

or: $x_n > a_n \Rightarrow B_n (B_n x_n + B_{n-1}) > B_n \cdot B_{n+1}$

$x_{n-1} < a_{n-1} + 1 \Rightarrow B_{n-1} (B_{n-1} x_{n-1} + B_{n-2}) < B_{n-1} (B_n + B_{n-1}) \leq B_{n-1} (a_n B_n + B_{n-1}) \leq B_n B_{n-1}$

or: $B_n B_{n-1} < B_n B_{n+1}$ eqfd.

($x - y_n \rightarrow 0$ car $B_n \rightarrow \infty$)

4°/ si $\forall n \geq p: a_{n+p} = a_n$ on a: $x_{p+p} = x_p$ (il ont le même développement en fraction continue). or: $x_{p+p} = \frac{A'_p x_{p+p} + A'_{p-1}}{B'_p x_{p+p} + B'_{p-1}} \Rightarrow B'_p x_p^2 + (B'_{p-1} - A'_p) x_p - A'_{p-1} = 0$ (2)
 d'autre par: $x = \frac{A_p x_p + A_{p-1}}{B_p x_p + B_{p-1}}$ d'où en remplaçant x_p dans (2) par sa valeur en fonction de x , on trouve une équation du 2^{ème} d'où x est racine. (8 p^{ts})

5°/ $\sqrt{a^2+1}$: on a: $E[\sqrt{a^2+1}] = a \Rightarrow a_0 = a, x_1 = \frac{1}{\sqrt{a^2+1} - a} = a + \sqrt{a^2+1}$
 $a_1 = 2a$ et $x_2 = x_1 \Rightarrow a_2 = 2a \Rightarrow a_n = 2a: \sqrt{a^2+1} = a + \frac{1}{2a + \frac{1}{2a + \dots + \frac{1}{2a}}}$ (écriture incorrecte)

$\sqrt{a^2+2}$: on a: $E(\sqrt{a^2+2}) = a: a_0 = a$

$x_1 = \frac{1}{2} [a + \sqrt{a^2+2}] \Rightarrow a_1 = a, x_2 = \frac{2}{\sqrt{a^2+2} - a} = a + \sqrt{a^2+2} \Rightarrow a_2 = 2a$

$x_3 = x_1 \Rightarrow a_3 = a_1, a_4 = a_2$ etc...

$$\sqrt{a^2+2} = a + \frac{1}{a + \frac{1}{2a + \frac{1}{a + \dots + \frac{1}{2a + \frac{1}{a}}}}}$$

$x = \pi: a_0 = 3$ (y_0 non défini).

$$\frac{1}{\pi - 3} = \frac{1}{0,1416} = 7,062 \Rightarrow a_1 = 7. y_1 = 3 + \frac{1}{7} = \frac{22}{7}$$

$$\frac{1}{0,062} = 16,09 \Rightarrow a_2 = 16. y_2 = 3 + \frac{1}{7 + \frac{1}{16}} = 3 + \frac{16}{113} = \frac{355}{113} \quad (10 p^{ts})$$