

On trouve, $h_1(x) = x + y(x)$ sur $[0, \pi/3]$: $\Rightarrow h_1(x) \in [2\pi/3, \pi]$.

$$\Rightarrow \frac{h_1(x)}{2} \in [\pi/3, \pi/2] \Rightarrow \cos \frac{h_1(x)}{2} > 0 \Rightarrow \cos \frac{x+y}{2} = \frac{\sin x}{\sqrt{5-4\cos x}} = f(x)$$

$h_2(x) = x - y(x)$ sur $[0, \pi/3]$: $h_2(x) \in [-\pi, 0]$ et $\frac{h_2(x)}{2} \in [-\pi/2, 0]$.

$$\Rightarrow \cos \frac{h_2(x)}{2} > 0 \Rightarrow \cos \frac{x-y}{2} = \frac{2\sin x}{\sqrt{5-4\cos x}} = 2f(x)$$

4°/a). évident

$$b). \quad \cos \frac{x+y}{2} = y. \quad \Rightarrow \quad x+y = 2 \operatorname{Ar} \cos y$$

$$\cos \frac{y-x}{2} = 2y. \quad y-x = 2 \operatorname{Ar} \cos 2y.$$

$$\text{d'où: } x = 2 \operatorname{Ar} \cos y. \quad y \in [0, 1/2].$$

$$x = 2 [\operatorname{Ar} \cos y - \operatorname{Ar} \cos 2y] \quad y \in [0, 1/2].$$