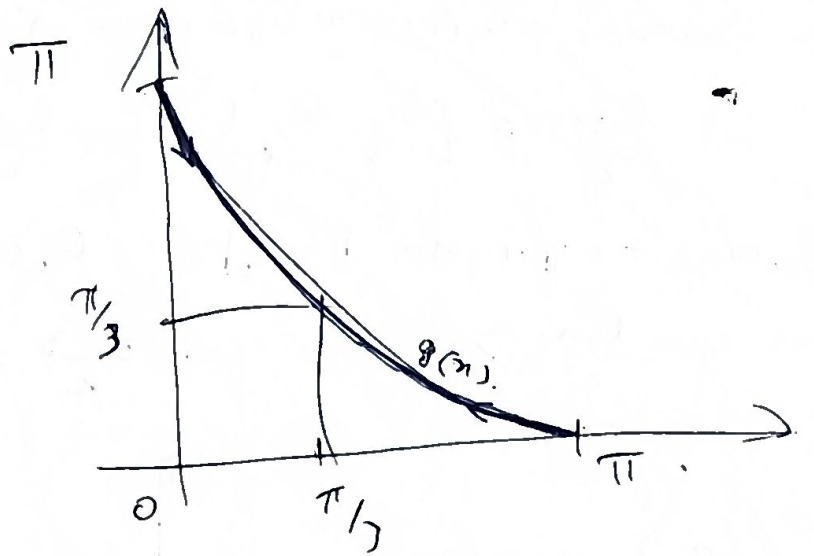


Bonite : 7

Tableau de variations :

x	0	$\pi/3$	π
$g'(x)$	-3	-	$-1/3$
$g(x)$	π	$\pi/3$	0

Remarque : $g = g^{-1}$.



2°/- a) Evident.

b) $f(z) = f(x) \Rightarrow \frac{\sin x}{\sqrt{5-4\cos x}} = \frac{\sin z}{\sqrt{5-4\cos z}}$ ($\Rightarrow$ on élève au carré).

$$(1 - \cos^2 x) (5 - 4\cos z) = (1 - \cos^2 z) (5 - 4\cos x).$$

$$\Rightarrow \cos^2 z (5 - 4\cos x) - 4\cos z (1 - \cos^2 x) + \cos x (4 - 5\cos z) = 0.$$

$$\cos z = \cos x : 1 \text{ sol. et l'autre est donnée par } \cos z = \frac{4 - 5\cos x}{5 - 4\cos x}.$$

$$\Rightarrow z = g(x).$$

$$c) - \cos(x+z) = \cos x \cos z - \sin x \sin z = \frac{-2\cos^2 x + 4\cos x - 3}{5 - 4\cos x}.$$

$$\cos(x-z) = \frac{-8\cos^2 x + 4\cos x + 3}{5 - 4\cos x}.$$

$$\text{et : on a : } \cos^2 \frac{x+z}{2} = \frac{1}{2} (1 + \cos(x+z)) = \frac{1}{2} \left(\frac{2\sin^2 x}{5 - 4\cos x} \right) = \frac{\sin^2 x}{5 - 4\cos x}.$$

$$\text{de même : } \cos^2 \frac{x-z}{2} = \frac{4\sin^2 x}{5 - 4\cos x}.$$

On a : $g(x) \leq \pi - x$. (compte tenu de la concavité $\Rightarrow g(x) + x \leq \pi$).

$$x + g(x) = h_1(x).$$

$$h_1'(x) = \frac{2(1-2\cos x)}{5-4\cos x}$$

	0	$\pi/3$	π
$h_1'(x)$	-	0	+
$h_1(x)$	π	$2\pi/3$	π

$$\Rightarrow \frac{h_1(x)}{2} \neq \frac{\pi}{2}.$$

$$\Rightarrow \frac{x+z}{2} = + f(x).$$

$$h_2(x) = g(x) - x.$$

$$h_2'(x) = \frac{-4(2-\cos x)}{5-4\cos x}$$

x	0	$\pi/3$	π
$h_2'(x)$	-	-	-
$h_2(x)$	π	$\pi/3$	$-\pi$