

4°) Un plan (P) d'équation $Ax + By + Cz + D = 0$ coupe la courbe (C) en 4 points. Quelle condition nécessaire et suffisante doivent vérifier les paramètres respectifs u_1, u_2, u_3 et u_4 de 4 points M_1, M_2, M_3, M_4 de la courbe (C) pour que ces quatre points soient coplanaires? (On trouvera 1 CNS portant sur les fonctions symétriques de u_1, u_2, u_3, u_4) Déduire de la condition trouvée que 4 points appartenant à une même branche de (C) ($u > 0$ ou $u < 0$) ne peuvent pas être coplanaires.

5°) En utilisant la propriété d'un plan osculateur de couper une courbe en 3 points confondus avec le point de contact, montrer que, si on désigne M'_1, M'_2, M'_3, M'_4 les points où les plans osculateurs à (C) respectivement en M_1, M_2, M_3, M_4 recoupent la courbe, la coplanarité (?) de 4 points M_i implique celle des 4 points M'_i .

6°) Par un procédé analogue au précédent, montrer que, M_1 et M_2 étant 2 points appartenant respectivement à (C_1) ($u > 0$) et à (C_2) ($u < 0$), il y a exactement deux points M de la courbe en lesquels la tangente appartient au plan défini par M_1, M_2 et M .

7°) On suppose que le point de contact avec (C) de l'un des plans tangents précédents soit fixe. Montrer qu'alors, la droite $M_1 M_2$ reste parallèle à un plan fixe dont on donnera une équation cartésienne.

N.B. : le 5°, 6°, 7° sont entièrement liés à la condition que l'on doit trouver au 4° et qui est une relation extrêmement simple.

Idée du barème: I. (4) ; II. (5,5) 1°. 2 ; 2°. 1,5 ; 3°. 2

III. (10,5) 1°. 1,5 ; 2°. 1,5 ; 3°. 2 ; 4°. 2 ; 5° 1 ; 6° 1 ; 7° 1,5.