

EXERCICE 1 : géométrie euclidienne

Un point M décrit le cercle C de centre O et de rayon R . La tangente en M à C rencontre en P la droite d'équation $x = R$. La parallèle à Ox passant par P rencontre OM en Q .

1°). Faire un dessin soigné de la construction géométrique permettant d'obtenir le point Q .

2°) Chercher l'équation polaire de l'ensemble des points Q ; reconnaître cette courbe (c'est une conique dont on précisera les éléments).

3°) Donner une solution géométrique.

EXERCICE 2 : construction de courbes.

1°) Etude et construction de toute la courbe d'équation polaire:

$$r = \operatorname{tg} \frac{\theta}{3}.$$

2°) Construire les projections sur les trois plans de coordonnées de la courbe d'équation cylindrique: $r = \cos \frac{\theta}{2}$, $z = r\sqrt{3}$.

(On fera intervenir les nombres $\alpha = 2 \operatorname{Arccos} \frac{1}{\sqrt{3}}$ et $\beta = 2 \operatorname{Arccos} \frac{1}{\sqrt{6}}$).

PROBLEME:

Dans le plan affine euclidien rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$, on considère la famille de courbes (C_λ) d'équations:

$$x = \frac{-2\lambda}{t(t^2+1)} + \frac{1}{t^2+1} \quad y = \lambda \frac{1-3t^2}{t^2(t^2+1)} + \frac{2t}{t^2+1} \quad \text{où } t \in \mathbb{R}^* \text{ pour } \lambda \neq 0$$

et $t \in \mathbb{R}$ pour $\lambda = 0$

1°) Etudier et construire (C_0) (il n'est pas interdit de changer de paramètre et de poser $t = u(\theta)$, u définie dans un intervalle I , bijective et à valeurs sur $\mathbb{R}$).

2°) On suppose maintenant $\lambda \neq 0$ dans tout ce qui suit.

Montrer que (C_λ) admet deux tangentes parallèles à Ox . Déterminer et construire l'ensemble des points des courbes (C_λ) à tangente horizontale quand λ décrit $\mathbb{R}^*$.