

- 1°) Donner les coordonnées de I en fonction de λ . Construire la courbe (Γ) décrite par I quand λ décrit l'ensemble $\mathbb{R}$ des réels. Quels sont les rayons de courbure de (Γ) aux points de (Γ) où la tangente est dirigée par $\vec{j}$.
- 2°) Montrer que du point I défini ci-dessus, λ étant fixé différent de 0, on peut mener deux autres droites également normales à (P) en deux autres points que M , appelés M_1 et M_2 . Donner une équation de la droite D_λ passant par ces deux points M_1 et M_2 , les coefficients dépendant de p et λ .
- 3°) On considère d'autre part, la courbe paramétrée (C) décrite par le point K de coordonnées $x = 3pt^2$, $y = -4pt^3$, quand t décrit $\mathbb{R}$.

Montrer que pour tout λ réel non nul, il existe une valeur de t unique telle que la droite D_λ définie au 2°) soit tangente à (C) au point K de paramètre t . Montrer que, réciproquement, la tangente à (C) en tout point K , qui n'est pas l'origine O du repère, est une droite D_λ bien déterminée.

On appellera dans la suite $\vec{T}$ le vecteur de norme 1 de cette tangente à (C) en K , (C) étant orientée dans "le sens des t croissants" (pour $t \neq 0$) et ϕ la mesure de l'angle $(\vec{i}, \vec{T})$ comprise entre $-\pi$ et $+\pi$. Déterminer les composantes de $\vec{T}$ en fonction de t (on sera amené à considérer les deux cas : $t > 0$, et $t < 0$, séparément) et en déduire que ϕ appartient à $] -\pi, 0[$.

Déterminer en fonction de p et de ϕ_0 (ϕ_0 étant la valeur de ϕ pour $t = t_0 \neq 0$) la mesure du rayon de courbure de (C) en un point quelconque K_0 (de paramètre t_0) ainsi que la longueur de l'arc $\widehat{OK_0}$ de (C) qu'on pourra noter $|s_0|$ (s = abcisse curviligne).

- 4°) K étant défini par le paramètre t ou par le paramètre ϕ , $\phi \in]-\pi, 0[\setminus \{-\frac{\pi}{2}\}$, on porte sur la tangente en K à (C) le point S défini par $\vec{KS} = f(\phi)\vec{T}$. Peut-on déterminer une fonction f à dérivée continue sur $] -\pi, 0[\setminus \{-\frac{\pi}{2}\}$, telle que $f(0) = -\frac{p}{2}$ et que la tangente en S à la courbe décrite alors par ce point S soit orthogonale au vecteur $\vec{T}$ correspondant ? Que représente le point K associé à S pour la courbe (C') décrite par S ?

Nature et description précise de (C') .

- 5°) Construire les trois courbes (P) , (C) et (C') dans un même repère du plan (on prendra par exemple $p = 4$ cm).

.../...