

3°) Montrer que, quel qu soit λ dans $\mathbb{R}^*$, (C_λ) admet un point stationnaire et un seul: S_λ de paramètre $t(\lambda)$. Montrer que l'application: $\lambda \mapsto t(\lambda)$ est continue et bijective de $\mathbb{R}^*$ dans $\mathbb{R}^*$.

Déterminer les coordonnées de S_λ en fonction de $t(\lambda)$; construire l'ensemble de ces points. On précisera la nature de cet ensemble.

4°) Montrer que $\frac{y'}{x'}$ est indépendant de λ et écrire l'équation de la tangente $(T_\lambda(t))$ en $M(t) \in (C_\lambda)$ sous la forme $y = mx + p$. (la valeur de p se simplifie).

5°) Soit m un paramètre réel; montrer que (C_λ) admet deux tangentes de pente m et qu'il existe une seule pente m_λ telle que ces deux tangentes soient confondues en une seule droite (D_λ) .

Donner alors:

l'équation de (D_λ) en fonction de λ

l'équation dont les solutions sont les paramètres des points de contact de (D_λ) et (C_λ) en fonction de λ .

Montrer que l'ensemble des points de contact de (D_λ) et (C_λ) est inclus (inclusion au sens large...) dans l'ensemble des points de la courbe

(Γ) d'équations paramétriques:
$$\begin{cases} x = \frac{1}{(t^2-1)} \\ y = \frac{2t^2-1}{t(t^2-1)} \end{cases}$$

Construire soigneusement (Γ) .

(d'après ENSIETA 84)