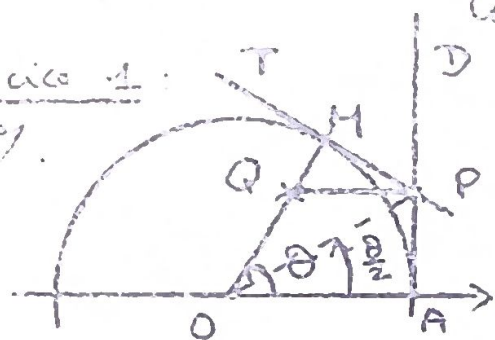


Exercice 1:

1°.



2°. Les coordonnées du point P sont (R cos theta, R sin theta). Q est à l'intersection de la droite d'équation $y = R \tan \frac{\theta}{2}$ et de la droite $x \sin \theta - y \cos \theta = 0$ d'où les coordonnées

de Q: $\begin{pmatrix} R \frac{\sin \frac{\theta}{2}}{\cos \frac{\theta}{2}} \cdot \frac{\cos \theta}{\sin \theta} \\ R \tan \frac{\theta}{2} \end{pmatrix} = \frac{R}{1 + \cos \theta} \begin{pmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{pmatrix}$: l'équation polaire de l'ensemble

cherché est: $r = \frac{R}{1 + \cos \theta}$: parabole de foyer O, de directrice D.

3°. Il suffit de montrer que $OQ = QP$: or

l'angle $\widehat{AOQ} = \frac{\theta}{2} = \widehat{POQ}$ et comme $\vec{OA} \parallel \vec{PQ}$: $\widehat{QOP} = \frac{\theta}{2}$ donc le triangle OQP est isocèle en Q. c.q.f.d.

Exercice 2

1°. Etude sur $[0, \frac{3\pi}{2}] + \text{sym}/Oy +$ rotation d'angle 3π .

Sur $[0, \frac{3\pi}{2}]$ r croît de 0 à $+\infty$

si $\theta = \frac{3\pi}{2}$: $r \sin \theta = -3 + \frac{17\theta^2}{18} + o(\theta^2)$

d'où l'asymptote et la position de la courbe

Points doubles: O: $\theta = 0$ ou $\theta = 3\pi$.

A: $\theta = \frac{\pi}{2}$ ou $\theta = \frac{\pi}{2} + 2\pi$ $r = \frac{1}{\sqrt{3}} + \text{sym}/Ox$

B: $\theta = \pi$ ou $\theta = 2\pi$ $r = \pm \sqrt{3} + \text{sym}/Oy$.

2°. Période: $T = 4\pi$. $r(-\theta) = r(\theta)$, $z(-\theta) = z(\theta)$

sym/Ox ; $r(2\pi - \theta) = -r(\theta)$, $z(2\pi - \theta) = -z(\theta)$

sym/O .

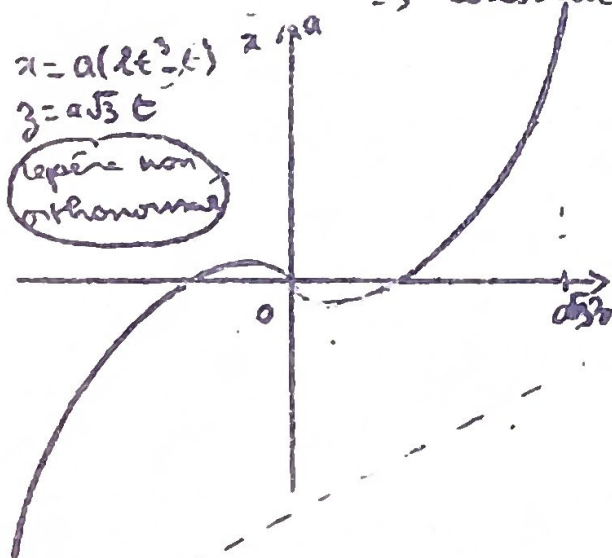
L'étude et la construction en polaire est immédiate.

Dans le plan xOz : $x = a \cos \frac{\theta}{2} \cos \theta$, $z = a\sqrt{3} \cos \frac{\theta}{2}$.

i.e.:

courbe de degré 3.

=> construction:

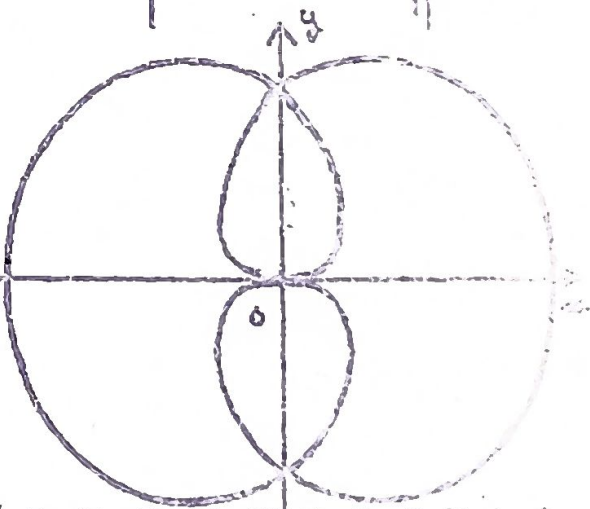
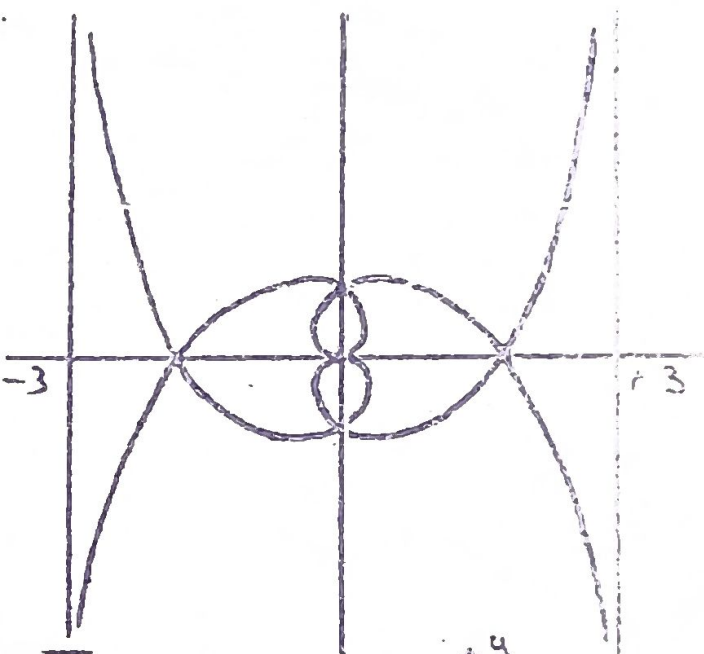


le plan non orthogonale

Dans le plan yOz : $y = a \cos \frac{\theta}{2} \sin \theta$, $z = a\sqrt{3} \cos \frac{\theta}{2}$

$y(-\theta) = -y(\theta)$, $z(-\theta) = z(\theta)$
 $y(\pi - \theta) = y(\theta)$, $z(\pi - \theta) = -z(\theta)$
 $y' = a \cos \frac{\theta}{2} (1 - 3 \sin^2 \frac{\theta}{2})$
 $z' = -a \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \frac{\theta}{2}$

$\theta = 2\pi \arcsin \frac{1}{\sqrt{3}}$



θ	0	α	$\frac{\pi}{2}$
y'	+	0	-
y	0	$\frac{4a}{3\sqrt{3}}$	0
z	$a\sqrt{3}$	$a\sqrt{1}$	0
z'	0	-	-

