

4°) Montrer que h est réglée en v et que :

$$h(v-0) \leq \inf_{y \in E(v)} g(y) \leq \sup_{x \in E(v)} g(x) \leq h(v+0)$$

5°) Soit $v \in \mathbb{R}$, montrer que l'on peut extraire de la suite $u_n = v_n + \frac{1}{n}$, une suite w_k telle que $\alpha(w_k)$ ait une limite finie y .

Montrer que $y \in E(v)$. En déduire que : $h(v+0) = \sup_{x \in E(v)} g(x)$.

Indiquer comment on montrerait que $h(v-0) = \inf_{x \in E(v)} g(x)$.

6°) Montrer l'équivalence des propriétés a, b et c :

a) h est continue en u .

b) g est constante sur $E(u)$.

c) h est dérivable en u .

(Pour $c \Rightarrow b$, on montrera que si h est dérivable en u , alors :

$$\exists D \in \mathbb{R} : g(x) \leq D \text{ et } g(x) \geq D \text{ pour tout } x \text{ de } E(u).)$$

Barème sur 80 :

I (36) 1°) 16 : a) 6 b) 10

2°) 20

II (44) 1°) 5 4°) 8

2°) 4 5°) 12

3°) 5 6°) 10