

83. 84. $\bar{x} = 9,4$. $\sigma = 2,7$ DS n° 4 2H

I. On considère la fraction rationnelle $F = \frac{(1+x^2)^n}{P(x)^2}$ où $P = \prod_{i=1}^n (x-a_i)$
 Les a_i étant distincts 2 à 2 et différents de i et de $-i$. Jardi 8/12/83

1°. Grâce à la formule de Taylor, calculer en fonction de $a_i, n, P'(a_i), P''(a_i)$ les coefficients r_0, r_1, s_0, s_1 dans les expressions :

$$(1+x^2)^n = r_0 + r_1 Y + Y^2 R(Y)$$

$$P^2(X) = Y^2 [\Delta_0 + \Delta_1 Y + Y^2 S(Y)] \quad Y = X - a_i; R \text{ et } S \text{ étant des polynômes}$$

2°. En déduire les valeurs de α_i et β_i qui figurent dans la décomposition de $F = 1 + \sum_{i=1}^n \frac{\alpha_i}{(X-a_i)^2} + \frac{\beta_i}{X-a_i}$

3°. Montrer que tous les β_i sont nuls si P vérifie : $(1+x^2)P'' - 2nXP' + n(n+1)P = 0$

II Décomposer sur $\mathbb{R}'$: $G = \frac{x^{2n-1}}{x^{2n}-1}$; $H = \frac{x^2-x+4}{(x-1)^4(x^2+x+1)^2}$

III. 1°. Décomposer $I = \frac{x^3 + \alpha x^2 + \beta x + \gamma}{x^3(x^4-1)^2}$

On pourra décomposer I en sa partie paire et sa partie impaire, faire des divisions suivant les puissances croissantes et retrancher la partie principale relative au pôle 0 et faire $X=0$.