

I. On pose $F_n(x) = r_g(2nA + r_g x)$. Démontrer les formules:

$$\cos(2nx) = (\cos x)^{2n} [1 - C_{2n}^2 r_g^2 x + C_{2n}^4 r_g^4 x - \dots + (-1)^n r_g^{2n} x] \quad (1)$$

$$\sin(2nx) = (\cos x)^{2n} [2n r_g x - C_{2n}^3 r_g^3 x + \dots + (-1)^{n-1} 2n r_g^{2n-1} x] \quad (2)$$

Montrer que $F_n(x)$ définit bien une fraction rationnelle. Déterminer les $2n$ pôles de $F_n(x)$. Dériver $f_n(x) = \frac{\cos(2nA + r_g x)}{\cos^{2n}(A + r_g x)}$, en déduire la décomposition de F_n .

II. Décomposer les fractions rationnelles:

$$f = \frac{1}{x^5 - 3x^3 - x^2 + 3} \quad (j \text{ pôle}) \quad \text{et} \quad g = \frac{x^5 + 2}{(x-1)^3(x^2 - x + 1)}.$$

III. On pose $A = x^2 + 1$ et $B = x^2 + x + 1$.

Décomposer $\frac{1}{A^2 B}$, $\frac{x^2}{A^2 B}$ et $\frac{x(1-x)}{A B}$ (écrire $x = B - A$).

En déduire la décomposition de $F = \frac{1}{A^4 B^2}$.

DS n° 4 2H un lundi en décembre 1985

$$\bar{x} = 9$$

$$17 \leq n \leq 18 \quad 2$$

$$11,5 \leq n \leq 13,5 \quad 9$$

$$9 \leq n \leq 11 \quad 11$$

$$6,5 \leq n \leq 8,5 \quad 10$$

$$3 \leq n \leq 5,5 \quad 10$$