

calculer b_1, b_2, b_3 en fonction de a_1, a_2, a_3 .

(Utiliser les propriétés suivantes — que l'on ne demande pas de démontrer — : si $y = f(x)$ alors $\sigma(y) = \sigma(x)$, $\sigma(y^2) = \sigma(x^2)$, $\sigma(y^3) = \sigma(x^3)$ et $y = f \circ g(y)$!).

Application : si $f(x) = \frac{1}{2} \ln \frac{1+x}{1-x}$, exprimer f^{-1} , calculer le D.L. de f^{-1} à l'ordre 3 puis à l'ordre 5 en utilisant la méthode ci-dessus.

2°) : Montrer par récurrence sur p , que si f vérifie H_p alors $g = f^{-1}$ admet un D.L. à l'ordre p : étudier d'abord les cas où $p=1, p=2, p=3$ (écrire $y = f(x) = P_p(x) + \sigma(x^p)$ puis $x = g(y) = Q_p(y) + E_p(y)$ puis reporter dans l'équation $y = f(x)$ pour en déduire que $E_p(y) = b_p y^p + \sigma(y^p)$).

Donner alors une méthode pour obtenir les coefficients b_p en fonction des coefficients a_q ($q \leq p$).

Application : D.L. de f^{-1} à l'ordre 4 au voisinage de 0 où $f(x) = \frac{\ln(1+x)}{1+x}$

Idée du barème : I 8 17. 2 2°) 2 3°) 2 4°) 2

II 12 17 5,5 2°) 6,5

N.B. : dans les deux problèmes, les premières questions sont très importantes pour la suite, aussi est-il vivement conseillé de les rédiger avec beaucoup de soin.