

c) Expliciter les éléments $b_{i,j}$ de B en fonction des nombres s_e , p_e et q_e définis par (R) et des deux nombres $a_{1,2}$ et $a_{1,3}$: en déduire un algorithme permettant de calculer les 6 éléments caractérisant B en fonction de ceux de A en faisant aussi peu de produits que possible.

d) Dénombrer les additions ou soustractions d'une part, et les produits d'autre part nécessaires respectivement par l'algorithme usuel et celui qui a été proposé en (c) (ne pas tenir compte des multiplications par 2).

II. Soit C la matrice d'ordre 4 dont le terme général est défini par :

$c_{i,j} = 4$ si $|i-j| \leq 1$ et $c_{i,j} = 3$ sinon. On note $M(k)$ la suite des

matrices définies par $M(0) = C$, $M(k) = (M(k-1))^2$ ($k \geq 1$). Le terme

général de la matrice $M(k)$ sera noté $M_{i,j}(k)$, tandis que $t_j(k)$ représentera

la norme euclidienne de la $j^{\text{ème}}$ colonne de $M(k)$: $t_j(k) = \left[\sum_{i=1}^4 (M_{i,j}(k))^2 \right]^{1/2}$.

Enfin, on désignera par $N(k)$ la matrice de terme général : $N_{i,j}(k) = \frac{M_{i,j}(k)}{t_j(k)}$

a) Ecrire la matrice C , contrôler qu'elle satisfait la propriété (P) :

que peut-on dire des matrices $M(k)$ et $N(k)$?

b) Calculer $M(k)$ pour $k = 1, 2$

c) Calculer $N(k)$ pour $k = 2$

d) On admet que $M(4)$ peut être défini par 3 valeurs approchées :

$M_{1,1}(4) = 9,04210692 \times 10^{17} = M_{4,1}(4)$; $M_{2,1}(4) = 9,71100895 \times 10^{17} = M_{3,1}(4)$

et $M_{2,2}(4) = 1,04293939 \times 10^{18} = M_{3,2}(4)$. Donner les 2 valeurs approchées permettant d'écrire la matrice $N(4)$.

III. On admet l'existence d'un vecteur V dont les composantes V_i vérifient :

$V_i = \lim_{k \rightarrow +\infty} N_{i,j}(k)$ pour $(i,j) \in [1,4]^2$.

a) Donner une valeur approchée des composantes de V

b) Vérifier que V est un vecteur propre de C associé à une valeur propre λ dont on donnera la valeur approchée.

(d'après Sr Cyr 85)