

c) On trouve: $b_{11} = q_1 + q_2, b_{12} = a_{12}a_4 + a_{13}a_5, b_{13} = a_{13}a_4 + a_{12}a_5$
 $b_{14} = p_1 + p_2, b_{22} = q_2 + q_3, b_{23} = p_2 + p_3.$

Algorithme: on prendra: $\alpha_{11} = a_{11}, \alpha_{12} = a_{12}, \alpha_{13} = a_{22}, \alpha_{21} = a_{14}$
 $\alpha_{22} = a_{13}, \alpha_{23} = a_{23}$ d'où: $\Delta e = \alpha_{11}e + \alpha_{21}e \quad e \in [1, 3]$

$$Pe = 2\alpha_{11}e + \alpha_{21}e \text{ et } \Delta_{i+3} = \alpha_{12} + \alpha_{13}.$$

d). Il y a 16 éléments à calculer pour avoir la matrice B avec l'algorithme nous, or chaque élément nécessite 4 produits et 3 additions donc, il y a 64 produits et 48 additions.

Dans l'algorithme proposé en c, on trouve 12 produits, 14 additions (soustractions) (et 3 produits par 2).

II. a) $C = \begin{pmatrix} 4 & 4 & 3 & 3 \\ 4 & 4 & 4 & 3 \\ 3 & 4 & 4 & 4 \\ 3 & 3 & 4 & 4 \end{pmatrix}$ et par récurrence $M(R)$ satisfait la propriété (P) alors que $N(R)$ ne la satisfait pas.

b) $M(1) = \begin{pmatrix} 50 & 53 & 52 & 48 \\ 53 & 57 & 56 & 52 \\ 52 & 56 & 57 & 53 \\ 48 & 52 & 53 & 50 \end{pmatrix} \quad M(2) = \begin{pmatrix} 10317 & 11079 & . & . \\ 11079 & 11898 & . & . \\ 11076 & 11896 & . & . \\ 10312 & 11076 & . & . \end{pmatrix}$

c) $N(2) = \begin{pmatrix} 0,481976606 & 0,481923806 & . & . \\ 0,517574761 & 0,517549367 & . & . \\ 0,517434611 & 0,517462369 & . & . \\ 0,481743022 & 0,481793309 & . & . \end{pmatrix}$

Pour les 3^{ème} et 4^{ème} colonnes, il suffit d'inverser les 2^{ème} et 1^{ère} colonnes.

d). Les valeurs cherchées sont les suivantes: $\begin{cases} 0,4818591 & 4695378 = x_1 \\ 0,5175053 & 2605662 = x_2 \end{cases}$

III. a). $V = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_1 \\ x_1 \end{pmatrix}$

b). On trouve $\lambda = 14,51783443 \quad (= \frac{15 + \sqrt{197}}{2})$.

en fait: $x_1 = \frac{7}{\sqrt{197 + \sqrt{197}}} \quad x_2 = \frac{1}{2} \sqrt{1 + \frac{1}{\sqrt{197}}}$