

c) Si $a_n \neq 0$, exprimer Q_n dans la base $(P(x), P'(x), \dots, P^{(n)}(x))$, en déduire $\det_{(P^{(i)})} (Q_0, Q_1, \dots, Q_n)$.

d). Montrer enfin que $\det_{(x^k)} (P, P', \dots, P^{(n)}) = (-1)^{E(\frac{n+1}{2})} \frac{(n!)^{n+1}}{\prod_{i=0}^n i!} a_n^{n+1}$
En déduire $\det A$.

5°. Autre méthode : en développant le coefficient a_{ij} , montrer que A peut se mettre sous la forme d'un produit de 3 matrices : $B.C.D$ où : $B = ((\alpha_i)^k)$, $C = (C_{e+k}^k a_{e+k})$, $D = ((\beta_j)^e)$.

En déduire à nouveau $\det A$.

(1) Il est conseillé de montrer que $\{y_k^*, k \in [0, n]\}^\perp = \{0\}$.

Idée du barème :

Pb 1 : (10)

I [1,5] II [2,5] a) 1,5 b) 1 III [2] a) 1,5 b) 0,5

IV [4] a) 1 b) 3

Pb 2 : (10)

1°. 1 2°. 1,5 3°. 0,5 4°. [5] a) 1,5 b) 0,5 c) 1 d) 2

5°. 2.