

I. Exercices: (donné aussi le 1/03/78)

1°). Chercher le domaine de définition de $f(x) = \text{Arctg} \sqrt{\frac{3-x}{x-1}}$ puis étudier et calculer ses primitives.

2°) On pose $F(x) = \int_{e^{-x}}^{e^x} \sqrt{1+\ln t} dt$: calculer $F'(x)$.
(utiliser la dérivée de fonctions composées).

II. Problème 1:

On considère la fonction $f_q(x) = \int_0^x \frac{(t^2-1)}{(t^2+1)^q} dt$ et on désigne par C_q sa courbe représentative.

1°). a) Calculer l'expression de f_1 .

b) Etude et tracé de C_1 (on donnera une valeur approchée à 0,01 près par défaut de l'abscisse du point d'intersection de C_1 avec Ox pour $x > 0$).

2°). a) Calculer l'expression de $f_{3/2}$ (l'écrire à l'aide de la fonction $\ln$ et sous la forme la plus simple possible).

b) Etudier les variations de $f_{3/2}$. On appelle a la limite, quand $x \rightarrow +\infty$ de $f_{3/2}(x) - \ln x$; calculer a , puis donner un équivalent de $f_{3/2}(x) - \ln x - a$. Donner une valeur approchée à 0,001 par excès de l'abscisse du point d'intersection de $C_{3/2}$ avec Ox .
(d'après ESI Marseille).

III. Problème 2:

Soit λ un réel strictement positif; on définit, pour $x \in \mathbb{R}$ la fonction: $f_\lambda(x) = e^x \frac{\text{sh}(\lambda x)}{1 + \text{ch} x}$; on désigne par C_λ sa courbe représentative.

1°) a) Calculer le développement limité de $f_\lambda(x)$ à l'ordre 3 au voisinage de 0. Préciser la position de C_λ par rapport à la tangente en 0; montrer l'existence d'une parabole $\mathcal{P}_\lambda$ tangente