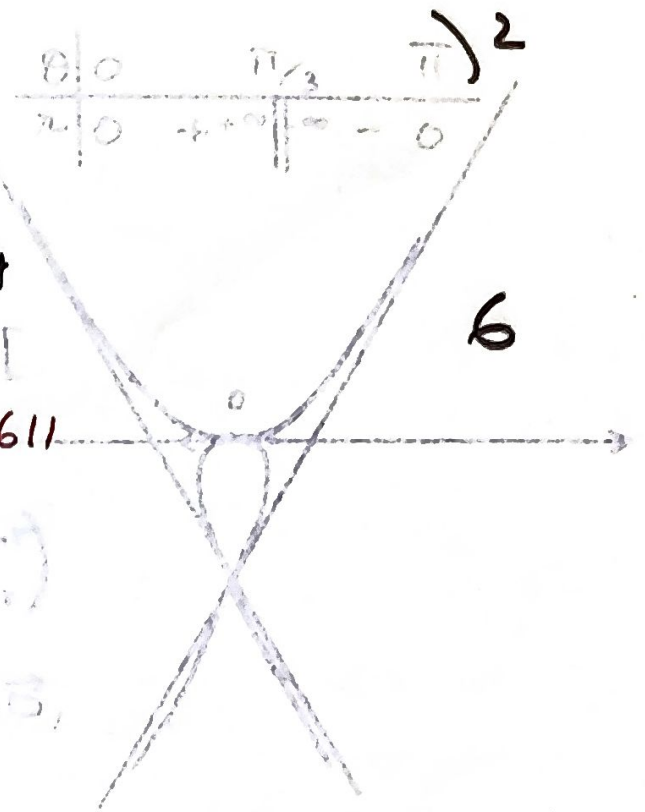


18

Corrigé du devoir

I n est impaire $\Rightarrow$ étude sur $[0, \pi]$ + sym/OyAsymptote: $0: 0, \pi/3 \Rightarrow n \sin \alpha = \frac{1}{2} \frac{5 \sin \alpha}{12}$]4Points d'inflexions: $\frac{1}{n} \rightarrow \left(\frac{1}{n}\right)' = -\frac{2}{n^2} (\cos^3 \theta - 3 \cos \theta + 1)$]4Il faut résoudre: $\cos^3 \theta - 3 \cos \theta + 1 = 0$ une seule solutioncomprise entre -1 et 1: $\exists \theta_0 \cdot \varphi(\theta_0) = 0 \quad \theta_0 \in]\pi/3, \pi/2[$ Points doubles pour $\theta = 0$ et $\theta = \pi/2$) 2 $\theta_0 \approx 1,21611$ 

22

II. 1°) $\vec{OM} = \begin{pmatrix} \lambda \cos t - \mu \sin t \\ \lambda \sin t + \mu \cos t \end{pmatrix} \quad \frac{d\vec{M}}{dt} = \begin{pmatrix} -\lambda \sin t - \mu \cos t \\ \lambda \cos t - \mu \sin t \end{pmatrix}$ 6 $\vec{PQ} = \begin{pmatrix} \cos t - \cos t \\ \sin t - \sin t \end{pmatrix}$ et en exprimant que $\frac{d\vec{M}}{dt} \wedge \vec{PQ} = 0$,
on trouve: $\lambda = \mu$ d'où $\lambda = \frac{n}{n+1}$ et $\mu = \frac{1}{n+1}$.2°) $\vec{OM} = \frac{1}{n+1} \begin{pmatrix} n \cos t + \cos t \\ n \sin t + \sin t \end{pmatrix}$. On vérifie que: $x(-t) = x(t)$ et $y(-t) = -y(t) \Rightarrow$ sym/Ox 16 D'autre part: $\begin{cases} x(t + \frac{2\pi}{n+1}) = \cos \frac{2\pi}{n+1} x(t) - \sin \frac{2\pi}{n+1} y(t) \\ y(t + \frac{2\pi}{n+1}) = \sin \frac{2\pi}{n+1} x(t) + \cos \frac{2\pi}{n+1} y(t) \end{cases}$ §Donc, Γ_n est invariante par la rotation d'angle $\frac{2\pi}{n+1}$ et de centre O. 1Pour construire Γ_n , on étudie x et y sur $[0, \frac{\pi}{n+1}]$ puis on fait une symétrie /Ox et $n-1$ rotations d'angle $\frac{2\pi}{n+1}$.3°) $\begin{cases} x = \frac{1}{6} (5 \cos t + \cos 5t) \\ y = \frac{1}{6} (5 \sin t + \sin 5t) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x' = -\frac{5}{6} \sin 3t \cos 2t \\ y' = \frac{5}{6} \cos 3t \cos 2t \end{cases}$ $\Gamma_5 \begin{cases} x = \frac{1}{6} (\cos t - \cos 5t) \\ y = \frac{1}{6} (\sin t + \sin 5t) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x' = \frac{5}{6} \sin \frac{2t}{3} \cos \frac{2t}{3} \\ y' = \frac{5}{6} \cos \frac{2t}{3} \cos \frac{2t}{3} \end{cases}$ $\frac{y'}{x'} = \tan(3t - \frac{\pi}{2})$ et on fait l'étude sur $[0, \frac{\pi}{6}]$ $\frac{y'}{x'} = \tan(\frac{\pi}{3} - \frac{2t}{3})$, on fait l'étude sur $[0, \frac{\pi}{6}]$ 