

2°). Pour N_1 , il suffit d'utiliser le 1° et la remarque :

(3)

$$\Delta(x, y, z) = \Delta_1(x_1, y_1, z_1) + \Delta_2(x_2, y_2, z_2) + \Delta_3(x_3, y_3, z_3) \geq 0.$$

Pour montrer que (E, N_∞) ne l'est pas, il suffit de trouver un contre-exemple.

$$x = \vec{i} - \vec{j} - \vec{k}, y = -\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}, z = -\vec{i} - \vec{j} + \vec{k} \text{ alors } \Delta = -2.$$

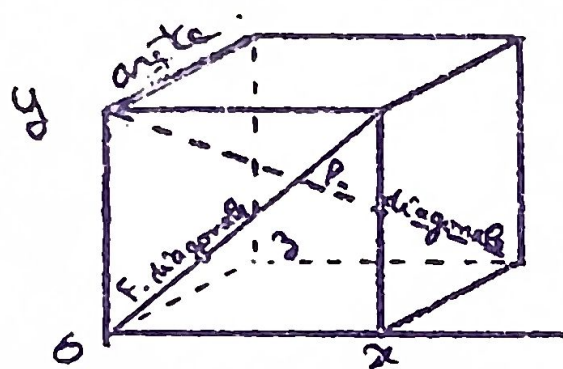
3°. a) On a : $\Delta(f, g, h) = \int_{-1}^1 \Delta_1(f, g, h)(x) dx \geq 0$. c.q.f.d.

b) $N(f_1) = 1, N(f_2) = 1, N(f_3) = 1, N(f_1 + f_2 + f_3) = 1.$

$N(f_1 + f_2) = 2, N(f_1 + f_3) = 2, N(f_2 + f_3) = 2 \Rightarrow \Delta(f_1, f_2, f_3) = -2$

4°)

a)



b). Périmètre = $4(N(x) + N(y) + N(z))$.

longueur des P. diagonales : il y en a 4 en tout :

$$N(x+y+z) + N(x+y-z) + N(x-y+z) + N(-x+y+z).$$

longueur des F. diagonales :

$$2(N(x+y) + N(x-y)) + 2(N(y+z) + N(y-z)) + 2(N(x+z) + N(x-z)).$$

On utilise la remarque : $N(-x) = N(x)$ et le fait que :

$$\Delta(x, y, z) + \Delta(x, y, -z) + \Delta(x, -y, z) + \Delta(-x, y, z) \geq 0 \text{ pour}$$

obtenir le résultat demandé.