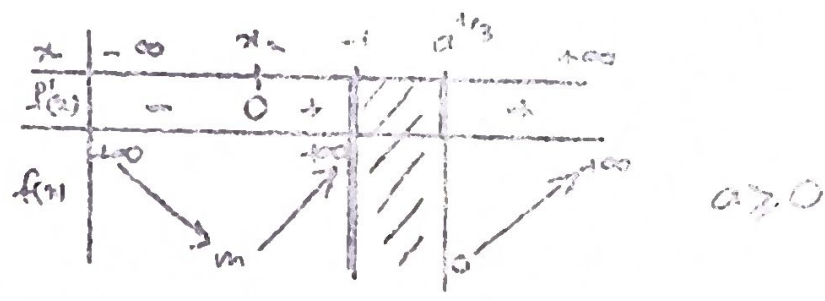
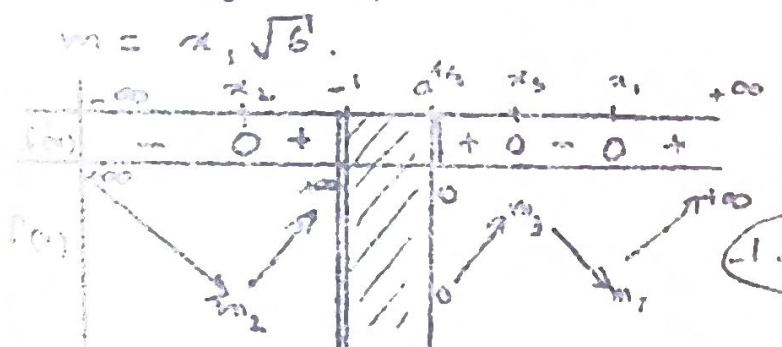
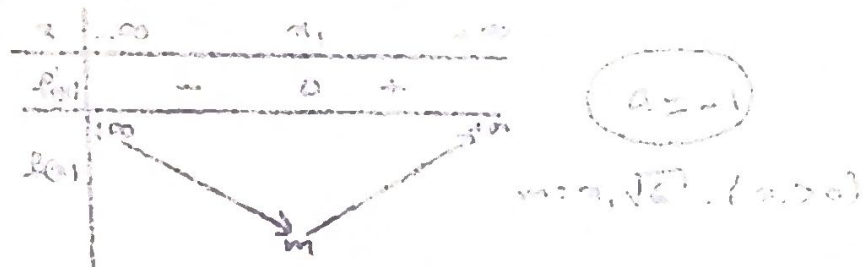
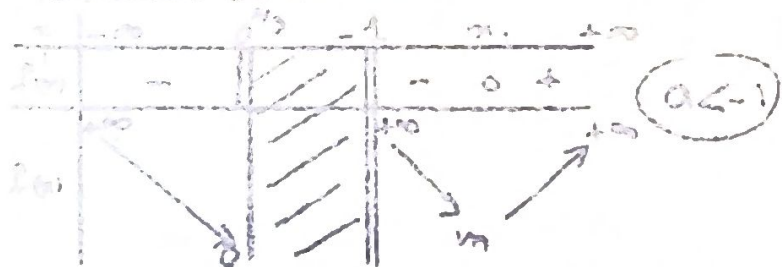


Tableaux de variation :



$m_2 = (-x_2) \cdot \sqrt{6}$ $m_3 = (-x_3) \cdot \sqrt{6}$ $m_1 = x_1 \cdot \sqrt{6}$

$m = (-x_1) \cdot \sqrt{6}$

asymptotes: $x \rightarrow \infty$: $f(x) = \varepsilon \cdot x \sqrt{\frac{2(1 - a/x^3)}{1 + 1/x}} = \varepsilon \cdot 2\sqrt{2} \left(1 - \frac{1}{2x} + \frac{3}{8x^2} + o\left(\frac{1}{x}\right)\right)$
 $f(x) = \varepsilon x \sqrt{2} - \frac{\varepsilon \cdot \sqrt{2}}{2} + \frac{3}{8 \cdot \varepsilon} + o\left(\frac{1}{x}\right)$: la courbe est toujours au-dessus de l'asymptote.

2°. Remarques pour la construction des différentes courbes :

Les points où la dérivée s'annule sont sur les droites d'équation: $\begin{cases} y = x\sqrt{6} \\ y = -x\sqrt{6} \end{cases}$
 pour $a = -1$: $x_1 = 0,5$, $a = -1/2$, $x_3 = -0,5$.

pour $x > 0$: si $a < a'$: $y_a > y_{a'}$
 et pour $x < 0$ si $a < a'$: $y_{a'} > y_a$.

3°. Comme x est indéfiniment dérivable, $x(a)$ admet un développement limité à n'importe quel ordre: $x(a) = 1 + \alpha a + \beta a^2 + \gamma a^3 + o(a^3)$.

$\begin{cases} y^2 = x^2 \\ y^2 = \frac{2(x^3 - a)}{x+1} \end{cases} \Leftrightarrow x^3 - x^2 - 2a = 0$ et on remplace x par sa valeur, on identifie et on trouve: $x(a) = 1 + 2a - 4a^2 + 24a^3 + o(a^3)$.

a). Pour étudier le nombre de solutions, on vérifie qu'il suffit d'avoir les abscisses des points cherchés et par conséquent, il suffit de résoudre le système ci-dessus, donc, de résoudre l'équation: $x^3 - x^2 - 2a = 0$

$R(x) = x^3 - x^2 - 2a$: $R'(x) = 3x^2 - 2x$

d'où: $-a < 0$ 1 seule solution
 $a = 0$ 2 solutions dont 1 double.
 $0 < a < \frac{9}{16}$ 3 solutions
 $a = \frac{9}{16}$ 2 solutions dont 1 double.
 $-a > \frac{9}{16}$ 1 solution.

