

5°. Soit $(y_p)_{p \in \mathbb{N}}$ une suite de réels. On définit :

$$\Delta y_p = y_{p+1} - y_p. \quad (\Delta \text{ linéaire}).$$

a). Calculer $\Delta^2 y_p (= \Delta(\Delta y_p))$, $\Delta^3 y_p$; puis donner la valeur de $\Delta^m y_p$.

b). En déduire que, si $y_k = f(\frac{k}{n})$, alors :

$$B_n(f) = \sum_{m=0}^n C_n^m \Delta^m f(0) \cdot X^m \quad (\Delta^0 f(0) = f(0)).$$

(On vérifiera auparavant que cette relation est vraie pour $n=2$).