

III. A. 1°/ $A(x)$ n'est pas défini partout.

2°/ $\bar{f}(x) = |x|$ (évident). 3°/ $f(x) = \frac{x}{x+1}$

on remarque que $f(1/x) = f(x)$.

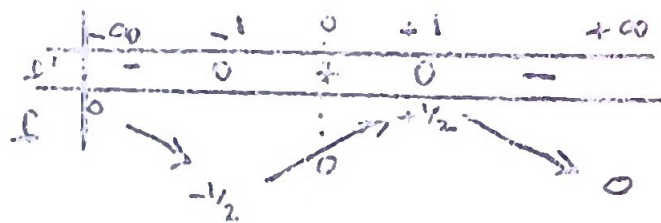
d'où :

$$x < -1 : \bar{f}(x) = 1/x$$

$$-1 \leq x \leq 0 : \bar{f}(x) = x$$

$$0 < x < 1 : \bar{f}(x) = 1/x$$

$$1 \leq x : \bar{f}(x) = x$$

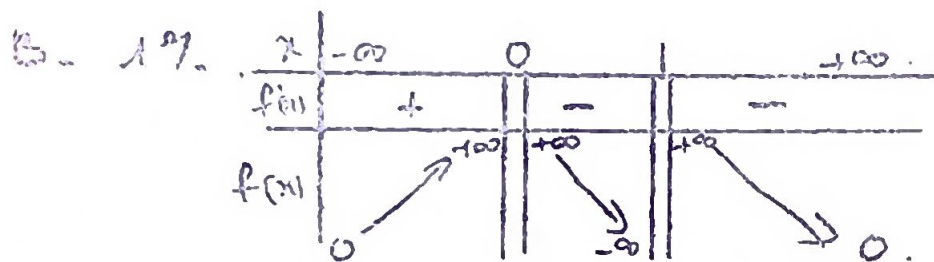


4°/ $x > 1 : \bar{f}(x) = x$; $-1 \leq x < 1 : \bar{f}(x) = x$ et $x < -1 : \bar{f}(x) = -2 - x$.

et en prolongeant par continuité : $-3 \leq x < -1 : \bar{f}(x) = -2 - x$

5°/ On vérifie facilement que $x \leq -3$ ou $x \geq -1 : \bar{f}(x) = x$.

dans chacun des exemples traités : $\bar{f} = \bar{\bar{f}}$.



2°/ $x > 1 : \bar{f}(x) = x$.

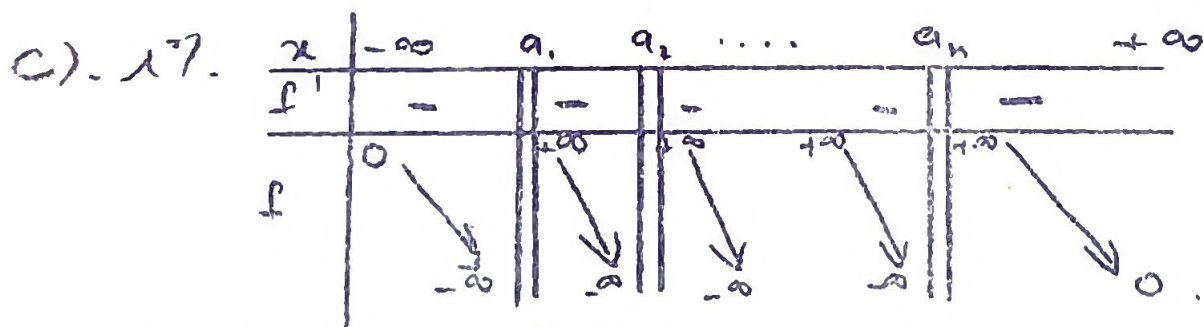
$\frac{1}{2} < x < 1 : \bar{f}(x) = x$.

$y = \bar{f}(x)$ si $x < \frac{1}{2}$:

il faut résoudre : $f(y) = f(x)$ avec $y > 1 \Rightarrow y = \frac{-x+1}{2} + \frac{\sqrt{(2x-1)(x-1)(2x^2+x+1)}}{2(1-2x)}$

$$f(0) = 1$$

et après un calcul laborieux (pour vous !), on trouve : $f'(0) = 0$.



2°/ Si $f(x) > 0 : \bar{f}(x) > a_n$.

Si $f(x) < 0 : a_{n-1} < \bar{f}(x) < a_n$

Si $x \rightarrow a_i^+ : f(x) \rightarrow +\infty$ et il faut que $f(\bar{f}(x)) \rightarrow +\infty$ donc :

$\bar{f}(x) \rightarrow a_n$; de même si $x \rightarrow a_i^-$: donc, on prolonge $\bar{f}$ par continuité en a_i en posant : $\bar{f}(a_i) = a_n$.

3°/ $f(x) = \sum_{j \neq i} \frac{b_j}{x - a_j} + \frac{b_i}{\Delta x}$ et $f(y) = \sum_{j=1}^{n-1} \frac{b_j}{y - a_j} + \frac{b_n}{\Delta y}$.

$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{B}{B'} = 1 \Rightarrow \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{b_i \Delta y}{b_n \Delta x} = 1 \Rightarrow \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{b_n}{b_i}$ donc $\bar{f}'(a_i) = \frac{b_n}{b_i}$.