

6°. On ne suppose plus : $f(a) = f(b) = 0$, mais on pose encore : $M = \sup_{x \in [a,b]} f'(x)$
 Trouver le polynôme L du 1^{er} degré tel que :

$$F(x) = f(x) - L(x) \text{ vérifie : } F(a) = F(b) = 0.$$

En déduire les résultats suivants :

a). il existe 2 trinômes T_1 et T_2 (que l'on précisera) tels que :
 $T_1(a) = T_2(a)$ et $T_1(b) = T_2(b)$ vérifiant : $\forall x \in \mathbb{R} : T_1''(x) = M, T_2''(x) = -M$
 et $\forall x \in [a,b] : T_1(x) \leq f(x) \leq T_2(x)$.

b). S'il existe : x_0 de $]a,b[$ tel que : $f(x_0) = T_1(x_0)$ alors,
 $\forall x \in [a,b], f(x) = T_1(x)$ (on obtient le même résultat avec T_2).

c). et grâce au 5°, donner un encadrement de $f'(x)$ sur $[a,b]$.

N.B. : on pourra admettre les résultats d'une question pour passer à la suivante. (d'après E.N.S.A.E.).

Exercice II :

1°. Etudier la fonction définie par $y = \frac{x\sqrt{2}}{\sqrt{1+x}}$ et tracer sa courbe représentative dans un repère orthonormé.

2°. Déterminer les coefficients a, b, c de façon que la parabole (P) d'équation $x = ay^2 + by + c$ coupe la parallèle à Ox menée par un point M_1 de (C) en un point M_2 tel que $M_1 M_2$ soit un infiniment petit avec $\frac{1}{y}$.

Donner un équivalent en $\frac{1}{y}$ de $M_1 M_2$.

Idée du barème :

Exercice I : 4,5 : 1°) 2,5 2°) 2.

Problème : 11,5 : 1°) 1,5 2°) 1,5 3°) 2 4°) 2.

5°) 1,5 6°) 3

Exercice II : 4 : 1°) 2 2°) 2.