

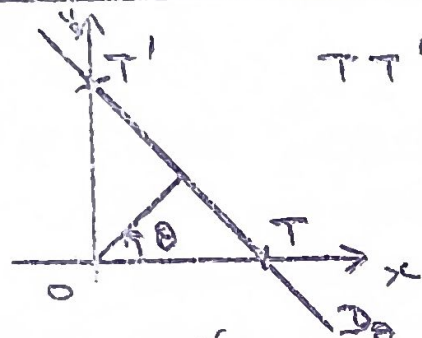
2°. Recherche de (C) lorsque l'on connaît $p(\theta)$ (équation d'Euler d'une courbe).

On montre que le point de (C) où la droite (D_θ) est tangente est obtenu en cherchant $\lim_{h \rightarrow 0} M_h$ où $\{M_h\} = D_\theta \cap D_{\theta+h}$. Calculer les coordonnées de M_h .

En déduire que le point de (C) cherché a pour coordonnées:
$$\begin{cases} x = \cos \theta \cdot p(\theta) - \sin \theta \cdot p'(\theta) \\ y = \sin \theta \cdot p(\theta) + \cos \theta \cdot p'(\theta) \end{cases}$$

Exemple: $p(\theta) = \frac{2}{\sin \theta}$ $\theta \in]0, \pi[$. Construire alors la courbe (C) obtenue.

3°. Application à la résolution d'un problème simple: (problème de l'échelle):



$TT' = a$: constant. (TT' représente la longueur de l'échelle).

a). Déterminer l'équation des droites D_θ , $\theta \in]0, \pi/2[$.

b). En déduire les équations paramétriques de l'enveloppe (C) des droites D_θ : $x = f(\theta)$, $y = g(\theta)$; $\theta \in [0, \pi/2]$ (on prolonge par continuité en 0 et en $\pi/2$).

c). On fait varier θ dans $[0, 2\pi]$ en conservant les équations du b). Construire alors la courbe obtenue en précisant les points remarquables.

d). Ecrire l'équation différentielle du problème de l'échelle en utilisant la méthode du cours; qu'en penser?

NB: Les courbes demandées seront conduites avec soin sans toutefois tomber dans l'excès: asymptotes, position / asymptotes, 2 ou 3 points + les tangentes à ces points, symétries et c'est tout!.