

I PROBLEME

E est un e.a. euclidien muni d'un R.O.N. $\mathcal{R}(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. Les coordonnées dans ce repère seront notées (x, y, z) . On considère alors l'e.a. euclidien A , mobile par rapport à E , muni d'un R.O.N. $\mathcal{R}_A(O_1, \vec{I}, \vec{J}, \vec{K})$ de même sens que celui de E . On note (X, Y, Z) les coordonnées dans ce repère.

On pose : $\vec{OO}_1 = u\vec{i} + v\vec{j} + w\vec{k}$, u, v, w étant des fonctions dérivables de $t \in \mathbb{R}^+$. C désigne la trajectoire de O_1 .

On note à l'instant t :

(i) $\vec{\Omega}$ le vecteur rotation instantané.

(ii) D l'axe central de T

(iii) $R \cdot \vec{\Omega}$ le vecteur vitesse des points de D .

On suppose que $O_1 \in D$ et que $\vec{\Omega} = \vec{k} + \vec{I}$ et que R est une fonction positive et dérivable de t .

1°) a) Déterminer les composantes de $\vec{I}$ dans $\mathcal{R}_A(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ sachant qu'à l'instant $t=0$, $\vec{I} = \vec{i}$.

b) Faire de même pour $\vec{J}$ sachant qu'à l'instant $t=0$: $\vec{J} = \vec{k}$.
(On pourra, par exemple, montrer que $\vec{J} \in \text{Vect}(\vec{k}, \vec{u})$ où $\vec{u} = \vec{k} \wedge \vec{I}$, puis poser $\vec{J} = \vec{u} \cos \theta + \vec{k} \sin \theta$ et déterminer θ , fonction dérivable de t).

2°) Par la suite, on suppose que : $R(t)$ est strictement positif.

Montrer que D est tangente à C . Déterminer le trièdre de Frenet, la courbure et la torsion de C en O_1 en fonction de t et de R , C étant orientée dans le sens des t croissants.

3°). On considère un point M se déplaçant sur D : $\vec{OM} = \vec{OO}_1 + f(t)\vec{\Omega}$.
 f étant une fonction de t , non nulle et dérivable.

Soit Σ un solide mobile par rapport à A : on lui associe le repère $R : (M, \vec{I}_1, \vec{J}_1, \vec{K}_1)$ de même sens que $(O_1, \vec{I}, \vec{J}, \vec{K})$