

EXERCICE 1 :

On considère la courbe (C) d'équations
$$\begin{cases} x(t) = \frac{3t+1}{t^3-1} \\ y(t) = \frac{3t^2+1}{t^3-1} \end{cases}$$

- 1°). Donner son tableau de variations en y précisant les limites.
- 2°). Etudier ses branches infinies en précisant la position de la courbe.
- 3°). Tracer soigneusement la courbe (C) et préciser sa position locale quand $t = -1$ et quand t tend vers $\pm \infty$.

EXERCICE 2 :

$\mathcal{E}$ est l'espace affine euclidien de dim. 2 muni du repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j})$. On définit l'application f de $\mathcal{E}$ dans lui-même par : $f(O) = O$ et si $M \neq O$, $f(M)$ est la projection orthogonale de M sur la droite D_M symétrique de la droite (OM) par rapport à l'axe $(O, \vec{i})$.

1°). Calculer les coordonnées (x', y') de $f(M)$ en fonction des coordonnées (x, y) de M . De même, donner (θ', r') , coordonnées polaires de $f(M)$, en fonction de (θ, r) , coordonnées polaires de M .

2°). M décrit l'hyperbole (H) d'équation polaire : $r = \frac{a}{2\cos\theta - 1}$ ($a > 0$).

a) Construire (H). (On précisera ses asymptotes).

b) Soit $(H') = f(H)$; montrer que l'équation polaire de (H') est $r = \frac{a \cos 2\theta}{2\cos\theta - 1}$; construire soigneusement (H') .

3°). M décrit le cercle d'équation : $x^2 + y^2 - 2ax = 0$ ($a > 0$). Donner l'équation polaire de $(C') = f(C)$. Construire (C') et donner les coordonnées cartésiennes des points de (C') où la tangente est parallèle à l'un des axes.