

EXERCICE 3: 18

1°). Résoudre l'équation différentielle: $x(4-x)y' + (2-x)y = 2$ (1).
(On distinguera les 3 cas: $x < 0$, $0 < x < 4$, $x > 4$) //

2°). Montrer qu'il existe une solution définie et continue sur $]0, +\infty[$; montrer que la courbe intégrale correspondante peut se paramétrer de la manière suivante: 5

$$0 < x < 4 : \begin{cases} x = 4 \cos^2 \frac{\alpha}{2} \\ y = -\frac{\alpha}{\sin \alpha} \end{cases} \quad \alpha \in]0, \pi[\quad x > 4 : \begin{cases} x = 4 \cosh^2 \frac{\beta}{2} \\ y = -\frac{\beta}{\sinh \beta} \end{cases} \quad \beta > 0. \quad 2$$

EXERCICE 4:

Soit une courbe (C) : la normale en un point M de (C) coupe l'axe Ox en N ; H désigne la projection orthogonale de O sur la tangente en M à (C) .

1°). Caractériser, par une équation différentielle, les courbes vérifiant la propriété suivante: $\forall M \in (C): \overrightarrow{OH} = \overrightarrow{MN}$. Résoudre cette équation différentielle en posant $y' = \frac{dy}{dx} = t$. 8

2°). Soit la courbe (C_1) définie par la représentation paramétrique: $x = \sin t (1 + \cos^2 t)$, $y = \sin^2 t \cot t$. Vérifier que (C_1) possède la propriété indiquée ci-dessus et construire (C_1) . 6

3°). Evaluer la longueur totale de (C_1) . Déterminer la développée de (C_1) et la tracer rapidement sur le même dessin utilisé pour (C_1) . 10

4°). Caractériser les trajectoires orthogonales des courbes possédant la propriété de la question (1): en construire une. 6